

RLC 串联电路的暂态过程

[前言]

第二学期的实验以综合性实验和传感器实验为主，注重理论和现象的联系。本节 RLC 串联电路是在去年示波器实验的基础之上，通过对暂态曲线的观测，来达到对数字示波器功能的进一步学习。

当阶跃电压作用在 RC、RL 和 RLC 串联电路上时，由于电容上的电压和电感中的电流均不能突变，电路将从一个稳态过渡到另一个稳态，该过程称为电路的暂态过程。电路的暂态特性在电子技术中有着广泛的应用。基于时间关系，按照大纲,本实验利用示波器观察并记录 RC 暂态过程中电容上的电压或随时间的变化情况来研究相关电路暂态过程的特性。RL 和 RLC 电路不做普遍要求。

本节实验将借助对 RC 串联电路暂态过程的观测，来掌握差分数字示波器的测量和光标功能。

实验仪器包括，DS1022c 示波器和 DH4503 实验仪两部分。其中 DH4503 实验仪包含两部分，其一是信号源，其二是 RLC 元件。暂态过程的实现里，阶跃信号为信号源产生的方波；RC 元件通过连线即可完成 RC 串联。再将信号源引入 RC 串联，即可实现 RC 串联的暂态过程。而我们的实验操作，也可据此分成两部分，第一是对信号源的测量。包括幅度和频率（示波器测量键）；第二是对暂态曲线的测量（示波器光标键）。

[实验目的]

- (1) 学习使用数字示波器。
- (2) 用实验的方法研究 RC 串联电路的暂态过程，测量时间常数 τ 。
- (3) 观测并记录 RC 串联电路暂态曲线

[实验仪器]

大华 DH4503 型 RLC 电路实验仪，普源 DS1022c 数字示波器等。

[实验原理]

1. RC 串联电路暂态过程

- (1) RC 串联电路的充电过程

图 2.19.1 中开关 K 合到 1 处，这时直流电源 E 通过电阻 R 对电容 C 充电，电路方程为

$$iR + \frac{q}{C} = E \quad (1)$$

式中 i 为充电电流, q 为电容 C 上的电荷。将 $i = \frac{dq}{dt}$ 代入 (1) 式得

$$R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = E \quad (2)$$

考虑到初始条件为 $t = 0$ 时, $q(0) = 0$, 方程 (2) 的解为:

$$q(t) = CE(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \quad (3)$$

由于

$$u_C(t) = \frac{q(t)}{C}$$

所以, 电容两端电压

$$u_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \quad (4)$$

(2) RC 串联电路的放电过程

当 RC 串联电路经充电达到稳定之后, 将开关 K 拨向 2, 这时, 电容 C 通过电阻 R 放电, 电路方程为

$$R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \quad (5)$$

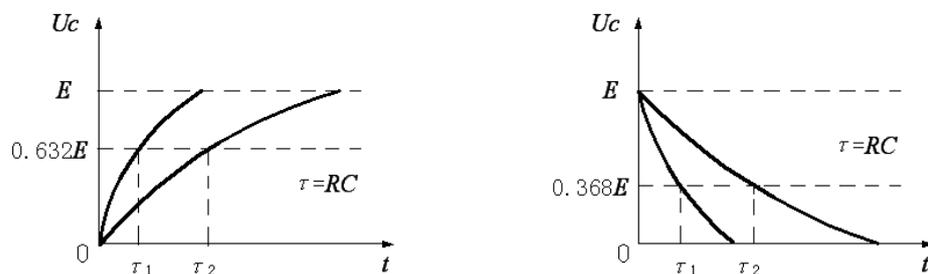
考虑到初始条件为 $t = 0$ 时, $q = CE$, 解上式得

$$q = CEe^{-t/RC} \quad (6)$$

相应得到电容两端电压

$$u_C(t) = Ee^{-t/RC} \quad (7)$$

式 (4) 与式 (7) 的函数关系可分别用图 2.19.2a 和 2.19.2b 表示



(a) 充电过程

(b) 放电过程

图 2.19.2 RC 电路的暂态曲线

(a) 充电过程

(b) 放电过程

图 2.19.2 RC 电路的暂态曲线

在 RC 充、放电过程中, $u_C(t)$ 均按指数规律变化。充放电的快慢由电阻和电容的乘积 RC

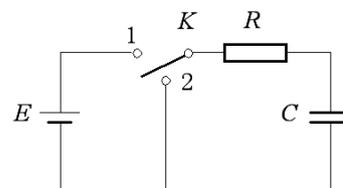


图 2.19.1 RC 串联电路

图 2.19.1 RC 串联电路

决定，通常把 $\tau = RC$ 值称为 RC 电路的时间常数，即

$$\tau = RC \quad (8)$$

由式 (4) 可以看出，当 $t = \tau$ 时，

$$u_C(\tau) = E(1 - e^{-1}) = 0.632E \quad (9)$$

当 $t = 5\tau$ 时， $u_C = 0.994E$ ，也就是说，经过 5τ 这段时间后，可以认为充电过程已基本结束。

对于放电过程而言，时间常数仍为 RC ，从式 (7) 可知，当 $t = \tau$ 时， $u_C = 0.368E$ 。

2. RL 串联电路暂态过程

与 RC 串联电路类似，将电容更换成电感元件。将开关 K 合到 1 处，电路将会有电流 i 流过，但由于电感中电流不能突变，电流 i 的增长有个相应的过程。接通电源时电路方程为

$$L \frac{di}{dt} + iR = E \quad (10)$$

初始条件为 $t = 0$ 时 $i = 0$ ，得到方程(10)的解，也就是电流增长过程所服从的规律为

$$i = \frac{E}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L}t}) \quad (11)$$

当开关 K 合到 2 处， i 也不会骤降至零，而只会逐渐消失。电流 i 所满足的微分方程为

$$L \frac{di}{dt} + iR = 0 \quad (12)$$

则电流消失过程所服从的规律为

$$i = \frac{E}{R} e^{-\frac{R}{L}t} \quad (13)$$

RL 电路的时间常数是 $\frac{L}{R}$ ，图 2.19.4a 和 2.19.4b 分别给出电流增长过程或电流消失过程的 $i-t$ 曲线。并给出相应于不同 τ 的曲线。

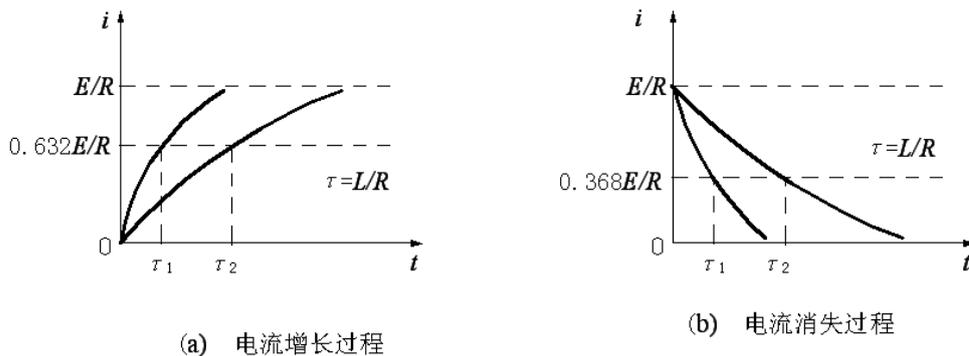


图 2.19.4 RL 电路的暂态曲线

(a) 电流增长过程

(b) 电流消失过程

图 2.19.4 RL 电路的暂态曲线

3. RLC 串联电路暂态过程

在图 2.19.5 电路中, 先将开关 K 合到 1 处, 电源向 RLC 电路充电, 待稳定后再将开关 K 合到 2。自开关 K 合到 2 处开始至电路达到稳定状态的这一过程称为 RLC 串联电路的放电过程, 放电时, 电路的微分方程为

$$LC \frac{d^2 u_C}{dt^2} + RC \frac{du_C}{dt} + u_C = 0 \quad (14)$$

当初始条件为 $t = 0, u_C = E, \frac{du_C}{dt} = 0$ 时, 方程(14)

的解一般按 R 值的大小可分为三种情况:

(1) $R < 2\sqrt{L/C}$ 时, 为欠阻尼

$$u_C = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{C}{4L} R^2}} E e^{-\frac{t}{\tau}} \cos(\omega t + \varphi) \quad (15)$$

其中 $\tau = \frac{2L}{R}, \omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$

(2) $R > 2\sqrt{L/C}$ 时, 为过阻尼

$$u_C = \frac{1}{\sqrt{\frac{C}{4L} R^2 - 1}} E e^{-\frac{t}{\tau}} \operatorname{sh}(\omega t + \alpha) \quad (16)$$

其中 $\tau = \frac{2L}{R}, \omega = \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}$

(3) $R = 2\sqrt{L/C}$ 时, 为临界阻尼,

$$u_C = \left(1 + \frac{t}{\tau}\right) E e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (17)$$

图 2.19.6 为这三种情况下的 u_C 变化曲线。

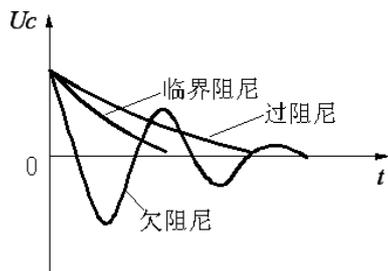


图 2.19.6 放电时的 U_C 曲线

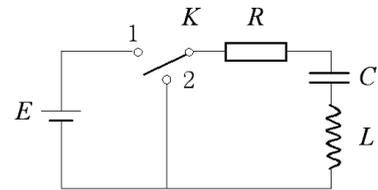


图 2.19.5 RLC 串联电路

图 2.19.5 RLC 串联电路

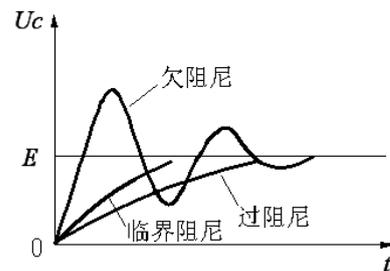


图 2.19.7 充电时的 U_C 曲线

图 2.19.6 放电时的 u_C 曲线图 2.19.7 充电时的 u_C 曲线

如果 $R \ll 2\sqrt{L/C}$ 时, 则曲线 1 的振幅衰减很慢, 能量的损耗较小, 能够在 L 和 C 之间不

断交换, 可近似为 LC 电路的自由振荡, 这时 $\omega \approx \frac{1}{\sqrt{LC}} \approx \omega_0$, ω_0 为 $R=0$ 时 LC 回路的固有频率。

对于充电过程, 与放电过程相类似, 只是初始条件和最后条件的位置不同。

[实验内容]

用方波发生器代替 RC 串联电路中的直流电源 E 和开关 K 。在 $0 \rightarrow t_1$ 时间内有一个恒定电压加在 RC 两端, 相当于开关 K 合到 1 的位置; 在 $t_1 \rightarrow t_2$ 时间内, RC 两端电压为零, 相当于开关 K 合到 2 的位置。在周期性方波的作用下, 不断交替对电路进行充电和放电。在方波信号的周期足够长的情况下, RC 串联电路的暂态过程就可以用示波器方便地进行观察。

1. 用示波器观测 RC 串联电路的充电和放电曲线。

(1) 观察信号发生器的方波输出波形, 调节频率为 $1KHz$, 占空比为 50%, 电压幅度为 $2V$ 。

(2) 将信号发生器接到 RC 串联电路中, 取 $R=1K\Omega$ $C=0.1\mu F$, 观察电压波形 u_C , 并解释波形。

(3) 用数字示波器测量 RC 电路的时间常数 τ 并与理论值进行比较。

2. 用示波器观测 RL 串联电路的充电和放电曲线 (选作, 不做普遍要求)。

(1) 将电容更换为电感, 取 $R=10\Omega$, $L=1mH$, 观察暂态过程电流的变化曲线, 测量 RL 电路的时间常数, 并与理论值比较。

(2) 分别改变电感值和电阻值, 观察充、放电过程中电流波形的变化情况。

3. 用示波器观测 RLC 串联电路暂态过程 (选作, 不做普遍要求)

(1) 观测三种阻尼状态

方波信号频率取 $500Hz$ 、取电感 $0.01H$ 、电容 $0.02\mu F$ 、改变电阻 $R=300\Omega$ 、 1200Ω 、 10000Ω , 在示波器上观察三种阻尼状态波形。

实验时电阻 R 由小到大逐渐增大, 最初出现欠阻尼状态, 当数值增大到某一数值 (R_0), 波形刚好不出现振荡, 电路处于临界阻尼状态, 记下临界电阻 R_0 , 继续增大电阻, 便出现过阻尼状态。

绘出三种阻尼状态波形。

(2) 测量欠阻尼振荡周期 T 和时间常数 τ 。选一欠阻尼状态波形, 测量其几个周期时间 t , 求出周期 T , 记下 R 、 L 、 C 的值。

对于 τ 值的测量, 从最大幅度衰减到 0.368 倍的最大幅度处的时间 t , 即为 τ 值。

[注意事项]

1. 接电路时信号源与示波器应共地，以免损坏信号发生器；
2. 实验连线应按照电路图连接，检查无误后方可接通电源。

[思考题]

1. RC 电路的时间常数 τ 的物理意义是什么？如何用实验的方法测量 τ 值？
2. RC 电路中，若时间常数 τ 远大于方波周期 T 时，用示波器观察 u_C 的波形时会有什么影响？
3. 写出充放电过程中 RC 电路中电流的表达式，并说明如何用示波器进行观察。

[参考资料]

- [1] 吴百诗. 大学物理基础. 北京: 科学出版社, 2008 年 12 月
- [2] 邓明成. 新编大学物理学. 第二版. 北京: 科学出版社, 2003 年 11 月
- [3] 谢慧瑗等. 物理实验指导. 电磁学. 北京: 大学出版社, 1989 年